

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – 2013

20 de setembro de 2014

Nível 2 – (8º e 9º anos do Ensino Fundamental)

Parte A

QUESTÃO 1

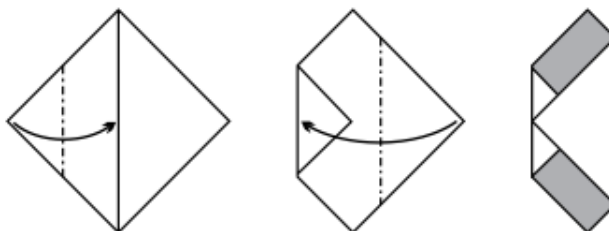
Uma sequência de números é construída seguindo-se a seguinte “receita”. Escolhe-se um número inicial. Se esse número for par, o mesmo é dividido por 2. Se ele for ímpar, o mesmo é multiplicado por 3 e a esse resultado soma-se 1. Usando o resultado dessa última conta como novo valor inicial, o processo é repetido. Por exemplo, se escolhermos como valor inicial o número 11, geramos a sequência

11, 34, 17, 52, 26, 13, ...

Escolhendo como valor inicial o número 5, qual o número que ocupa a posição 2014 da sequência gerada?

QUESTÃO 2

Um quadrado de papel, de área 64 cm^2 , é dobrado como mostra a figura abaixo.



Qual é a soma das áreas dos dois retângulos em cinza?

QUESTÃO 3

Sejam a e b dois inteiros positivos. Dizemos que a é filho de b , se $a < b$, a é um divisor de b e a soma dos dígitos de a é igual a soma dos dígitos de b . Quantos filhos tem o número 110 000 ?

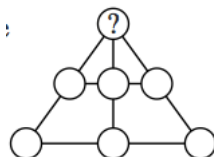
QUESTÃO 4

Um cubo $3 \times 3 \times 3$ é construído usando 27 pequenos cubos de $1 \times 1 \times 1$. Cada um dos pequenos cubos tem todas as faces da mesma cor. Queremos organizar para que os dois cubos da mesma cor não se toquem por uma face, ou por uma aresta, ou por um vértice. Qual é o número mínimo de cores que é preciso para fazer isso?

Parte B

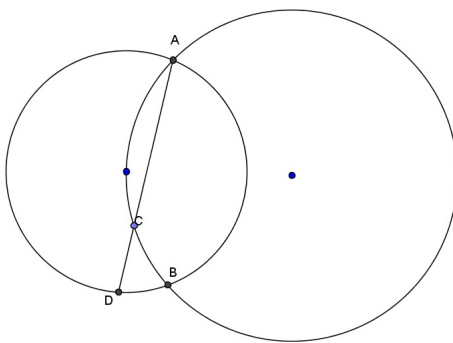
QUESTÃO 5

Coloca-se os números de 1 à 7 nos círculos da figura, de forma que a soma em cada uma das cinco linhas é a mesma. Qual é o número colocado na parte superior do triângulo?



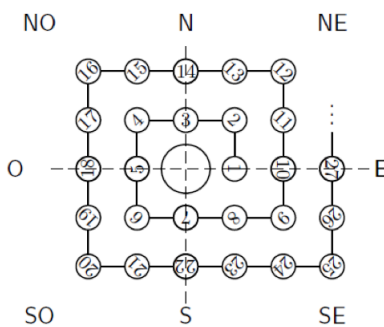
QUESTÃO 6

A figura a seguir mostra duas circunferências que se intersectam nos pontos A e B . Além disso, note que a circunferência maior passa pelo centro da circunferência menor. Seja C um ponto sobre o arco AB . A reta que contém os pontos A e C intersecta a circunferência menor no ponto D . Mostre que $CD = CB$.



QUESTÃO 7

Em Tribobó do Norte, no lugar de postes, há lampiões numerados a partir do centro da cidade. Cada lampião é colocado em um dos oito sentidos: norte, sul, leste, oeste, nordeste, noroeste, sudeste e sudoeste, como mostra a figura. Assim, por exemplo, os lampiões 15, 16 e 17 estão no sentido noroeste, o 18 está no sentido oeste e os lampiões 19, 20 e 21 estão no sentido sudoeste. Em que sentido está colocado o lampião número 2014?



QUESTÃO 8

Encontre todos os pares de inteiros (x, y) (possivelmente negativos) que satisfaçam a equação abaixo

$$x^2 + 6xy + 8y^2 + 3x + 6y = 2.$$